Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение Ростовской области «Таганрогский педагогический лицей-интернат»

ИНДИВИДУАЛЬНАЯ ПРОЕКТНАЯ РАБОТА

Тема: «СВОЙСТВА И ГРАФИКИ РАЗЛИЧНЫХ (В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПОКАЗАТЕЛЯ СТЕПЕНИ) ВИДОВ СТЕПЕННЫХ ФУНКЦИЙ»

Автор работы:

Цапова Алина 11 «И» класс

Научный руководитель:

Жиляева Ирина Владимировна,

учитель алгебры и геометрии

 г. Таганрог

 2022 год

**Оглавление**

Введение  [3](#_Toc89865987)

[Основная часть 3](#_Toc89865988)

1. [Обобщение ранее изученных различных функций в степенную. 3](#_Toc89865989)

2. [Общий план исследования функции для построения графика. 3](#_Toc89865990)

3. [Исследование степенной функций в зависимости от показателя степени. 4](#_Toc89865991)

4. [Выбор модели наглядного пособия 6](#_Toc89865992)

[Заключение 6](#_Toc89865993)

[Список литературы: 6](#_Toc89865994)

Приложение № 1 «Порядок описания свойств и графиков степенных функций в учебниках различных авторов»

# **Введение**

**Актуальность работы:**

Выбранная нами темa «Свойства и графики различных (в зависимости от показателя степени) видов степенных функций» является очень важной и значимой, т. к. в материалах ГИА немалое внимание уделяется заданиям, связанным с исследованием функций с помощью графика. Отсутствие наглядного пособия в лицее по изучению свойств и графиков различных (в зависимости от показателя степени) видов степенных функций значительно усложняет работу учителя и учеников, т.к. все необходимые графики приходится каждый раз строить, тем самым терять время и рабочую поверхность доски, т.к. эти графики необходимы на протяжении всего урока.

**Цель**: создать наглядное пособие для изучения и систематизации свойств и графиков различных (в зависимости от показателя степени) видов степенных функций.

**Задачи**:

1. Собрать информацию о степенной функции и её графиках различных в зависимости от показателя степени.
2. Систематизировать полученную информацию, проиллюстрировав таблицей.

**Методы проектирования:**

1. Изучение научной литературы, чтобы собрать данные о степенной функции и её графиках различных в зависимости от показателя степени.
2. Анализ Интернет-ресурсов;
3. Систематизация материалов;
4. Метод иллюстрирования – обобщение всей информации в таблицу.

**Материалы проектирования:**

Одним из главных умений, которым должен владеть обучающийся, является навык строить графики основных типов простейших функций. Большое разнообразие графиков степенной функции в зависимости от показателя степени усложняют эту задачу. В учебниках по алгебре и началам математического анализа различных авторов данный материал излагается в различном порядке. (Приложение № 1, таблица 1) Создание таблицы графиков в едином формате упростит решение этого вопроса.

**Практическая ценность:**

Наличие в лицее наглядного пособия по изучению свойств и графиков различных видов степенных функций в виде таблицы со сравнительной характеристикой в зависимости от показателя степени значительно упростит работу учителя и учеников. А также успешное изучение темы «Свойства и графики различных (в зависимости от показателя степени) видов степенных функций» повысит шансы обучающихся хорошо сдать государственный итоговый экзамен по математике, так как в материалах ГИА по математике имеются задания, связанные с графиками функций, в том числе со степенными.

#

# **Основная часть**

# **1. Обобщение ранее изученных различных функций в степенную.**

C функциями **y = x, y = x2, y = x3, y =**  мы знакомы из курса алгебры 7 – 9 классов. Изучая в 10 классе на уроках алгебры, мы узнали, что все эти функции являются частными случаями степенной функции, т. е. функции **y = xp**, где p - заданное действительное число. Свойства и график степенной функции существенно зависят от свойств степени с действительным показателем, и в частности от того, при каких значениях **x**и **p**имеет смысл степень **xp.**

**2. Общий план исследования функции для построения графика.**

Рассмотрев различные подходы к исследованию функций, мы определили следующий алгоритм, взяв за основу план изложенный в учебнике «Алгебра и начала математического анализа 10 – 11 класс» Ш.А. Алимова, Ю.М. Колягина:

1. Область определения функции D(y);
2. Множество значений функции Е(y);
3. Четность и нечетность функции;
4. Промежутки монотонности функции;
5. Промежутки знакопостоянства функции;
6. Ограниченность функции;
7. Достижение функцией наибольших и наименьших значений [1].

**3. Исследование степенной функций в зависимости от показателя степени.**

Перейдем к подобному рассмотрению различных случаев степенной функций в зависимости от показателя степени **p.**

Для этого нам требуются следующие базовые знания: степенной называется функция, заданная формулой **y = аxp**, где **a≠0, p** – некоторое действительное число [2].

Мы будем исследовать и строить графики степенной функции при **а = 1**, т.е. **y = xp**, где **p** – некоторое действительное число.

|  |  |
| --- | --- |
| **C:\Users\208_kab\Desktop\нужно\классное руководство\11 Ф фото\загруженное.png** | **1) y = xp, где p = 1; y = x- прямая** **Свойства**: 1) Область определения функции - множество всех действительных чисел: D(y) = (−∞; +∞); 2) Область значений функции – множество всех действительных чисел: *Е(y) =* (−; +);3) Функция является нечётной;4) Функция возрастает при х ∈ (- ∞; +∞), т.е. на всей области определения;5) При х > 0, y > 0; при х < 0, y < 0;6) Функция не является ограниченной;7) Функция не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значений.  |
|  | **2)** **y = xp, где p = 2n, n ϵ N, график - парабола n-ой степени****Cвойства:** 1) Область определения функции – множество всех действительных чисел: D(y) = (−∞; +∞); 2) Область значений функции – множество неотрицательных чисел: E(y)= [0; +∞);3) Функция является чётной;4) Функция убывает при х ∈ (- ∞; 0] и возрастает при х ∈ [0; + ∞);5) При х > 0, y > 0; при х < 0, y < 0;6) Функция ограничена снизу, и не является ограниченной сверху;7) Функция принимает наименьшее значение y = 0 при х = 0.  |
|  | **3)** **y = xp, где p = 2n+1, n ϵ N** **Cвойства:** 1) Область определения функции – множество всех действительных чисел: D(y)=(−∞; +∞); 2) Область значений функции – множество всех действительных чисел: *Е(y) =* (−; +);3) Функция является нечётной;4) Функция возрастает при х ∈ (- ∞; +∞), т.е. на всей области определения;5) При х > 0, y > 0; при х < 0, y < 0;6) Функция не является ограниченной;7) Функция не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значений. |
|  | **4)** **y = xp, при х > 0, где 0 < p < 1, график - ветвь параболы****Cвойства:** 1) Областью определения функции, исходя из определения степени с рациональным показателем, является множество неотрицательных чисел: D(y)=[0; +∞); 2) Область значений функции – множество неотрицательных чисел: E(y)= [0; +∞);3) Функция неявляется ни чётной, ни нечётной;4) Функция возрастает на всей области определения;5) При х > 0, y > 0; 6) Функция является ограниченной снизу;7) Функция принимает наименьшее значение y = 0 при х = 0 [3]. |
|  | **5) y = xp, при х > 0, где p – нецелое число и p > 1, график - ветвь параболы** **Свойства:**1) Областью определения функции, исходя из определения степени с рациональным показателем, является множество неотрицательных чисел: D(y)=[0; +∞); 2) Область значений функции – множество неотрицательных чисел: E(y)= [0; +∞);3) Функция неявляется ни чётной, ни нечётной;4) Функция возрастает на всей области определения;5) При х> 0, y > 0; 6) Функция является ограниченной снизу;7) Функция принимает наименьшее значение y = 0 при х = 0.  |
|  | **6) y = xp, р= -2n, n ϵ N (р – чётное, отрицательное, целое)****Свойства:**1) Область определения функции: .2) Область значений функции - множество всех положительных чисел: *Е(y) =* (0; +);множество всех отрицательных чисел, если : *Е(y) =*(-; 0).3) Функция является чётной, её график симметричен относительно оси *Оу*.4) Если , функция возрастает при *х*(- ;0), убывает при *х*(0;+).Если функция убывает при *х*  (- ;0), возрастает при *х*  (0;+).5) При х > 0, y > 0; х < 0, y > 0;6) Функция ограничена снизу, и не является ограниченной сверху;7) Функция не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значений. |
| **C:\Users\User1\Desktop\график 6.png** | **7) =х р ; р = - (2n-1), n ∈ N, р –нечётное, отрицательное, целое.****Свойства:**1) Область определения функции:2) Область значений функции:3) Функция является нечётной, её график симметричен относительно начала координат.4) Функция убывает при *х* .5) При х > 0, y > 0; х < 0, y < 0;6) Функция не является ограниченной;7) Функция не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значений.  |
| C:\Users\User1\Desktop\график 7.png | **8) =х р; р- дробное, отрицательное** **Свойства:**1. Область определения функции: D(f) = (0;+∞);
2. Область значений функции: E(f) = (0; +∞);
3. Не является ни чётной, ни нечётной;
4. Убывает при x ∈ (0; +∞);
5. Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения;
6. Функция ограничена сверху, ограничена снизу;
7. Функция не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значений[4].
 |

# **4. Выбор модели наглядного пособия**

Перед тем, как собрать в единую таблицу все рассмотренные графики, мы построили их с помощью графического калькулятора, тем самым добились их унификации [5]. Мы рассматривали различные расположения графиков в таблице и приняли решение разместить их вертикально, распределив следующим образом: в первой строке графики функций с целыми положительными показателями, во второй – с дробными положительными, а в последней с отрицательными показателями. Тем самым мы систематизировали материал, сделав его удобным для зрительного восприятия.

# **Заключение**

Наличие наглядного пособия по изучению темы «Свойства и графики различных (в зависимости от показателя степени) видов степенных функций» значительно облегчит работу учителя и учеников, а также упростит решение многих заданий.

Мы считаем, что достигли планируемых результатов выполнения проекта:

- сделали сами проект, усовершенствовали пользовательские навыки работы с ПК (в текстовом, графическом, табличном редакторе при создании наглядного пособия;

- расширили умения осуществлять поиск и анализировать различные источники информации, в том числе в сети Интернет.

- научились пользоваться графическим калькулятором Mathway.

На основе данного наглядного пособия можно изготовить баннер и разместить его в коридоре лицея, тем самым сделав его доступным для всех обучающихся.

# **Список литературы:**

1. Мордкович, А.Г. учебник Алгебра 10 класс: / А.Г. Мордкович. – 2-е издание стереотипное. – Москва: Алгебра 2014 г. – 96 с.
2. Алимов, Ш.А. Колягин, Ю.М. учебник Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс: / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин. – 18-е издание. - Москва: Алгебра 2012 г. – 39 с.
3. Степенная функция и её график [Электронный ресурс] Образовательная онлайн-платформа «Видеоуроки в интернет» // <https://videouroki.net/video/7-stepennaya-funkciya-eyo-svojstva-i-grafik.html>/ (даты обращения 12.02.20201, 15.02.2021, 12.09.2021).
4. Степенная функция её свойства и график [Электронный ресурс] Образовательный портал «Инфоурок» // <https://infourok.ru/stepennaya-funkciya-eyo-svoystva-i-grafik-3373126.html>/ (даты обращения 12.09.20201, 15.10.2021, 12.11.2021).
5. Mathway/Графический калькулятор [Электронный ресурс] Графический калькулятор // <https://www.mathway.com/ru/graph>/ (даты обращения 14.11.2021, 15.11.2021).

**Приложение № 1**

**«Порядок описания свойств и графиков**

**степенных функций в учебниках различных авторов»**

 Таблица №1

«Сравнительная характеристика порядка описания графиков степенной функции»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Автор** | **Название учебника** | **Порядок описания степенных функций**  |
| Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин | Алгебра и начала математического анализа 10 – 11 класс | 1. =х р , где р = 2n, n ϵ N;2. =х р , где р = 2n – 1, n ϵ N;3. =х р , где р = – 2n, n ϵ N;4. =х р , где р = – (2n – 1), n ϵ N;5. =х р, где р – положительное действительное нецелое число;6. =х р, где р – отрицательное действительное нецелое число |
| А.Г. Мордкович | Алгебра и начала математического анализа 10 – 11 класс. Базовый уровень | 1. =хn , где n ϵ N 2. =х - n , где n ϵ N 3. =хm/n, где ˃ 14. =хm/n, где 0 ˂ ˂ 15. =х - m/n |
| А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировский,В.М. Поляков | Алгебра и начала математического анализа, геометрия 10 класс | 1. =хn , где n ϵ N;2. =х р , где р ϵ Z;3. =х k, где k – дробное число |
| Г.К. Муравин,О.В. Муравина | Алгебра и начала математического анализа 10 класс. Углубленный уровень | 1. =хn , где n ϵ N;2. =х k, где k – положительное дробное число;3. =х р , где р ϵ Z. |