Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение Ростовской области «Таганрогский педагогический лицей - интернат»

ИНДИВИДУАЛЬНАЯ ПРОЕКТНАЯ РАБОТА
Тема: «Арифметическая и геометрическая прогрессии в задачах ЕГЭ по математике»

 Автор работы:
 Понимаш Надежда,
 10 «Ф» кл.

 Научный руководитель:
 Похилая Олеся Павловна,
 Учитель алгебры и геометрии

г. Таганрог
2023 год

Содержание

Введение 3

Материалы проектирования 3

Основная часть 4-6

Заключение 6
Список литературы 6
Приложение 7

Введение

**Актуальность работы**

 Математика создает инструменты, которые помогают описывать и структурировать различные вещи, которые нас окружают. Одним из таких инструментов является числовая последовательность.

 Само слово «последовательность» мы часто используем в обычной жизни. Чем последовательность отличается от произвольного набора? Тем, что в последовательности важен порядок ее элементов. Мы составляем и читаем графики дежурств, записываем номера телефонов – все это примеры работы с последовательностями конечными или бесконечными.

 Определённые закономерности взаимосвязи членов последовательностей позволяют последовательностям становиться арифметическими или геометрическими прогрессиями.

 Систематизируя формулы и решая задачи ЕГЭ различных уровней по нашей теме, мы заметили, что зачастую задачи на прогрессию не сложные и очень интересные.
 **Цель проектирования**: систематизировать понятия и формулы прогрессий и выявить примеры их применения при подготовке к ЕГЭ. Создание буклета.

 **Задачи**:
1.Ознакомиться с наличием задач на прогрессии с практическим содержанием в различных учебных пособиях и в открытом банке заданий ЕГЭ.

2. Сопоставить и сравнить задачи по теме: «Последовательности и прогрессии» базового и профильного уровней.

3. Найти задачи на прогрессий в окружающей жизни. Результаты работы представить в форме буклета и ознакомить с ними одноклассников.

**Объект** проектирования: последовательности и прогрессии.

**Предмет** проектирования: задачи ЕГЭ различных уровней.

**Методы проектирования**

1**.**Анализ школьных учебников математики, математической справочной литературы, литературы по истории математики, материалов интернет-источников.
2.Сравнение.

3. Систематизирование.

**Практическая значимость проекта**

 Мы надеемся, что материалы нашей проектной работы будут полезнылицеистам любой ступени обучения, позволят им прорешать основные типы задач по теме и подготовиться к успешной сдаче ГИА по математике. Также они могут помочь учителям математики при организации и проведении обобщающих уроков по теме.

**Материалы проектирования**

Архимед (3 век до н. э.) для нахождения площадей и объемов фигур применял “атомистический метод”, для чего ему потребовалось находить суммы членов некоторых последовательностей. Он вывел формулу суммы квадратов натуральных чисел и показал, как найти сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
Формула суммы членов арифметической прогрессии была доказана древнегреческим ученым Диофантом (в 3 веке). Формула суммы членов геометрической прогрессии дана в книге Евклида “Начала” (3 век до н. э.). Термин “прогрессия” был введен римским автором Боэцием (в 6 веке) и понимался в более широком смысле, как бесконечная числовая последовательность. Названия “арифметическая” и “геометрическая” были перенесены из теории непрерывных пропорций, которыми занимались древние греки. Понятие «последовательность» связывает математику с явлениями науки и жизни: дни, недели, названия месяцев и так далее. Арифметической прогрессией называется последовательность **{an},** у которой каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же постоянным для данной последовательности числом **d**. Число **d** называется разностью арифметической прогрессии. Геометрической прогрессией называется последовательность чисел **{bn},** первый член которой отличен от нуля, а каждый член, начиная со второго, получается из предыдущего умножением его на некоторое постоянное для этой последовательности число **q ≠ 0**. Это число называется **знаменателем** геометрической прогрессии. Основные формулы мы представим в приложениях №1 и №2 к проектной работе.

 Основная часть

 Мы решили провести опрос среди обучающихся выпускных девятых и одиннадцатых классов и выяснить, умеют ли они решать задачи на прогрессии.

Обучающиеся девятых классы решали задачи с помощью арифметических действий, сопровождая решения схемами или рисунками. Не все обучающиеся одиннадцатых классов помнили формулы и поэтому некоторые из них так же решали задачи с помощью арифметических действий и схем, около 12 процентов респондентов попросили напомнить им формулы, около 30 процентов обучающих не стали решать задачи на прогрессии. Первый тест показал, что небольшая часть обучающихся одиннадцатых классов умеют решать подобные задачи, большая часть забыли как решать такие задачи, из-за того что долгое время не повторяли формулы. Через некоторое время мы провели второй и третий тесты, в которых были предложены задачи практической направленности, но усложненные задачами, в которых применение формул существенно упрощало работу. И результаты отличались от предыдущих. Мы сделали выводы, что для того, чтобы научиться решать задачи на последовательности и прогрессии, необходимо внимательно читать условие, а желательно и несколько раз. А также накапливать опыт решения задач, решать различные их типы, постепенно переходя от доступных к более сложным задачам. Важно делиться полученным опытом, рассказывать товарищам те задачи, которые наиболее понравились и периодически повторять формулы. Так же мы выяснили, в каких номерах ЕГЭ, ОГЭ встречаются прогрессии и сколько может быть таких задач в варианте. В тесте ОГЭ это задание №14, в ЕГЭ (базовый уровень) № 20, в ЕГЭ (профильный уровень) это №9 и №18. В буклете мы решили показать некоторые типы задач, напомнить правила и формулы прогрессий.

Задачи ОГЭ1. В амфитеатре 10 рядов. В первом ряду 25 мест, а в каждом следующем на 3 места больше, чем в предыдущем. Сколько мест в восьмом ряду амфитеатра?

Ответ: 46

2.В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 7 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 640 мг. Найдите массу изотопа через 42 минуты. Ответ дайте в миллиграммах.

Ответ: 10

3.В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 13мг. За каждые 30 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 90 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

Ответ: 351

Задачи ЕГЭ (базовый уровень).1.В первом ряду кинозала 24 места, а в каждом следующем на 2 больше, чем в предыдущем. Сколько мест в восьмом ряду? Ответ: 38. Примечание: анализируя результаты тестирований, сравнивая способы решений, мы заметили, что большинство лицеистов, успешно справившихся с этими задачами, не применяли формулы, а чертили схемы или таблицы и суммировали промежуточные результаты, либо перемножали числа. Что для нас явилось показателем умения думать, логически мыслить, анализировать данные, работать с информацией, обладать навыками счета.

2.Васе надо решить 434 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней.Ответ: 57.Задача3.Найти сумму бесконечной геометрической прогрессии 12,4,4/3... Решение:b1=12,b2=4q=4/12=1/3S=12/(1-1/3)=12/(2/3)=12\*3/2=18Ответ:18Задачи ЕГЭ (профильный уровень)

1.Вере надо подписать 640 открыток. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вера подписала 10 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за четвертый день, если вся работа была выполнена за 16 дней.

Ответ: 22

2. Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?

Ответ: 320000

3.Даны *n* различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию 

а)  Может ли сумма всех данных чисел быть равной 14?

б)  Каково наибольшее значение *n*, если сумма всех данных чисел меньше 900?

в)  Найдите все возможные значения *n*, если сумма всех данных чисел равна 123.

Решение.а)  Да, может. Числа 2, 3, 4, 5 составляют арифметическую прогрессию, их сумма равна 14.

б)  Пусть *a*  — первый член, *d*  — разность, *n*  — число членов прогрессии, тогда их сумма равна  Чтобы количество членов было наибольшим, первый член и разность должны быть наименьшими. Пусть они равны 1, тогда по условию  Наибольшее натуральное решение этого неравенства *n*  =  41. Такой результат получается при прогрессии 

в)  Для суммы членов арифметической прогрессии имеем:



Таким образом, число членов прогрессии *n* является делителем числа 246. Если  то левая часть больше 246:  следовательно,  Поскольку  получаем, что  или  Прогрессии из трёх и шести членов с суммой 123 существуют: например, 40, 41, 42 и 3, 10, 17, 24, 31, 38.

Ответ: а) да; б) 41; в) 3; 6.

Заметим, что задачу №3 профильного уровня второй части еще не решил ни один обучающийся.

Заключение

 В результате выполнения проектной работы мы пришли к следующим выводам: арифметическая и геометрическая прогрессии имеют прикладное значение; прогрессии часто встречаются и в повседневной жизни;

Решение различных задач на прогрессии и последовательности увлекает. Мы выяснили, какие ученые внесли свой вклад в развитие теории прогрессий и как теоретические знания применяются на практике в современной жизни. Изучили прогрессии и научились решать задачи с прогрессиями. Надеемся, что результаты нашей работы будут полезны и обучающимся, желающим подготовиться к успешной сдаче ГИА и учителям на различных этапах организации деятельности.

Список литературы

1. Дорофеев, Г.В. и др. Алгебра. 9 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений-М: Просвещение, 2018.
2. Алимов, Ш.А., Колягин, Ю.М. и др. Алгебра. 9 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. – М: Просвещение, 2020.

4.Савин, А. П. Энциклопедический словарь юного математика. – Рипол Классик, 1989.
5.Гущин, Дмитрий Дмитриевич. Решу ЕГЭ. [Электронный ресурс]. URL: [https://ege.sdamgia.ru](https://ege.sdamgia.ru/)/ (дата обращения 17.12.20220).

6.Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа, М: Просвещение, 1990 г.

Приложение №1.

Формулы.

|  |
| --- |
| Арифметическая прогрессия |
| Определение |  |
| Разность  |  |
| Формула n-го члена |  |
| Сумма n первых членов |  , |
| Свойства |  |

|  |
| --- |
| Геометрическая прогрессия |
| Определение  |  |
| Знаменатель |  |
| Сумма n первых членов |  |
| Формула n-го члена |  |
| Характеристическое свойство |  |