# Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение Ростовской области «Таганрогский педагогический лицей - интернат»

ИНДИВИДУАЛЬНАЯ ПРОЕКТНАЯ РАБОТА

Тема: «ГЕОМЕТРИЯ ПИРАМИД»

Автор работы:

Илли Ирина, 10«Ф» кл.

Научный руководитель:

Похилая Олеся Павловна,

Должность: учитель алгебры и геометрии

г. Таганрог

2023 год

**Содержание**

Введение ……………………………………………………………………………… ..3

Основная часть

1. Виды пирамид, определения, свойства………… ……………..4
2. Задачи ЕГЭ…………………………………………………………………… .5

Заключение 5

Список литературы 5-6

 **Введение**

**Актуальность**

 Едва ли можно встретить человека, который бы не слышал о пирамидах или не представлял, как они выглядят, но не каждый знает, какие тайны они хранят. Произнося слово «пирамида», первое, что приходит на ум, как мы выяснили в процессе социологического опроса - это образы знаменитых египетских гробниц фараонов. Они знакомы как одно из древнейших чудес света. Монументальные сооружения, построенные египетскими зодчими тысячи лет назад. С ними нераздельно связаны множество тайн и загадок, над решением и объяснением которых ученые бьются и по сей день, порождая все новые версии, споры и заявления. Но, не смотря на разногласия, все сходятся к одному, что пирамида – это одна из важнейших фигур геометрии, обладающая интересными свойствами.

**Цель**

Расширить и систематизировать знания о пирамидах.

**Задачи**

1. Ознакомиться с различными источниками информации по теме.
2. Подобрать и изучить необходимые формулы, определения, свойства пирамид.
3. Подобрать задачи из открытого банка заданий ЕГЭ по математике и решить их.
4. Изготовить модели пирамид.

**Методы проектирования**

1. Аналогии.
2. Синтез.
3. Опрос.
4. Конструирования.

**Объект проектирования:** пирамиды.

**Предмет проектирования:** задачи ЕГЭ по теме «Пирамиды».

**Материалы проектирования**

 Пирамида -  многогранник,  основание которого - многоугольник , а остальные грани - треугольники, имеющие общую вершину.[1]

Вершина пирамиды - точка, соединяющая боковые рёбра и не лежащая в плоскости основания.[6]

Основание - многоугольник, которому не принадлежит вершина пирамиды[4]

Апофема **– (**[греч.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B5%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA%22%20%5Co%20%22%D0%93%D1%80%D0%B5%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9%20%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) αποτιθημι — откладываю в сторону) - перпендикуляр опущенный из центра правильной фигуры на одну из ее сторон. Или высота боковой грани. [6]

Высота пирамиды - отрезок перпендикуляра, проведённого через вершину пирамиды к плоскости её основания (концами этого отрезка являются вершина пирамиды и основания перпендикуляра).[5]

Диагональное сечение пирамиды - сечение пирамиды, проходящее через вершину и диагональ основания.[2]

 Свойства правильной пирамиды:

1. Все боковые ребра правильных пирамид равны между собой.
2. Все боковые ребра наклонены под одинаковыми углами к основанию пирамиды.
3. Апофемы всех боковых граней пирамиды равны между собой.
4. Площади всех боковых граней пирамиды равны.
5. Вокруг любой пирамиды можно описать сферу. Центром описанной сферы будет точка пересечения перпендикуляров, которые проходят через середины ребер.
6. В любую пирамиду можно вписать сферу. Центром вписанной в пирамиду сферы будет точка пересечения биссектрис, исходящие из угла между ребром и основанием.

**Практическая значимость**

Мы полагаем, что результаты нашей проектной работы позволят нам успешнее решать в будущем стереометрические задачи, мотивировать одноклассников к системной работе по подготовке к ЕГЭ по математике. Также выполненные нами модели разнообразят проведение уроков и факультативных занятий.

**Основная часть**

 В ходе проектной работы на начальном этапе мы провели тестирование среди обучающихся различных классов ГБОУ РО «Таганрогский педагогический лицей – интернат». Лицеистам были предложены следующие вопросы:

1.Знаете ли вы, что такое пирамида и как она выглядит?

2.Что означает термин «пирамида»?

3. Какие загадки вам известны, связанные с пирамидами?

4.Как часто вам встречаются задачи по теме: «Пирамида»?

5.Что нужно знать, чтобы успешно решать задачи по теме: «Пирамида»?

6.Хотели бы вы научиться решать задачи по теме: «Пирамида»?

 В процессе социологического опроса было опрошено 78 лицеистов различных классов, из которых 7 не имеют представления о пирамидах вообще, что составило 9 процентов респондентов. И около 37 процентов опрошенных признались, что задачи по теме «Пирамиды» им встречались, но они не вполне уверены, что решили бы любую задачу ЕГЭ.

 Мы решили попробовать свои силы в процессе подбора и решения задач по теме, для этого мы вначале изучили теорию, собрали необходимы формулы в таблицу, увидели, что некоторые задачи встречаются в тестах как профильного, так и базового уровней.

 Продуктом нашего проекта мы решили сделать модели пирамид, которые позволили одноклассникам выполнить определенные вычисления и посчитать площади поверхностей, сумму длин ребер, объемы предложенных многогранников.

 Макеты были изготовлены из металлических прутьев , соединены с помощью сварки , и окрашены с помощью аэрозольного баллона.

Задачи ЕГЭ (базовый и профильный уровни)[3]

Таблица №1. ЕГЭ. Базовый уровень

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Тип Задания (№) | Задание [3] | Ответы  |
| 1. | Пирамида Снофру имеет форму правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 220 м, а высота - 104 м. Сторона основания точной музейной копии этой пирамиды равна 44 см. Найдите высоту музейной копии. Ответ дайте сантиметрах. | 20,8 |
| 2. | Даны две правильные четырёхугольные пирамиды. Объём первой пирамиды равен 16. У второй пирамиды высота в 2 раза больше, а сторона основания в 1,5 раза больше, чем у первой. Найдите объём второй пирамиды. | 72 |

ЕГЭ профильного уровня насчитывает 65 заданий, которые в свою очередь делятся на 15 типов [3]

Таблица №2. ЕГЭ. Профильный уровень

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Тип Задания (№) | Задание | Ответы  |
|  | В правильной треугольной пирамиде *SABC* с вершиной *S* биссектрисы треугольника *ABC* пересекаются в точке *O*. Площадь треугольника *ABC* равна 2; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка *OS*. | 9 |
|  | В правильной треугольной пирамиде *SABC* точка *M* − середина ребра *AB*, *S* − вершина. Известно, что *BC* = 3, а площадь боковой поверхности пирамиды равна 45. Найдите длину отрезка *SM*. | 10 |
|  | Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды. | 360 |
|  | Объем правильной четырехугольной пирамиды *SABCD* равен 12. Точка *E* - середина ребра *SB*. Найдите объем треугольной пирамиды *EABC*. | 3 |
|  | Объем куба равен 12. Найдите объем четырехугольной пирамиды, основанием которой является грань куба, а вершиной - центр куба. | 2 |
|  | В правильной треугольной пирамиде *SABC* медианы основания пересекаются в точке *M*. Площадь треугольника *ABC* равна 3, *MS* = 1. Найдите объем пирамиды. | 1 |
|  | Найдите объём правильной шестиугольной пирамиды *SABCDEF*, если объём треугольной пирамиды *SABC* равен 33. | 198 |
|  | В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 5, а сторона основания равна Найдите высоту пирамиды. | 4 |
|  | В правильной четырехугольной пирамиде *SABCD* точка *O* - центр основания, *S* вершина, *SO* = 4, *AC* = 6. Найдите боковое ребро *SC*. | 5 |
|  | Ребра тетраэдра равны 1. Найдите площадь сечения, проходящего через середины четырех его ребер. | 0,25 |
|  | Объем треугольной пирамиды равен 15. Плоскость проходит через сторону основания этой пирамиды и пересекает противоположное боковое ребро в точке, делящей его в отношении 1 : 2, считая от вершины пирамиды. Найдите больший из объемов пирамид, на которые плоскость разбивает исходную пирамиду. | 10 |

**Заключение**

 Изучив пирамиду как геометрическое тело, рассмотрев различные задачи и про решав их, мы считаем, что материалы нашей проектной работы помогут нам и тем, кто заинтересуется успешней подготовиться к ЕГЭ. Ведь каждый выбирает свою стратегию подготовки и важно, как мы успели понять, систематически заниматься, планировать свои шаги по освоению новых и важных тем ЕГЭ.

**Список литературы**

1. Гришкевич Е.М Наглядный школьный курс. Удобно и понятно :/ С. М Гришкевич- 2 издание – Эксмо 2021.- 192с.
2. Л. С. Атанасян , В. Ф. Бутузов , С. Б. Кадомцев . Геометрия 10 – 11 классы :/ 4-е изд. – М. : просвещение , 2017.- 255с. : ил. – (МГУ – школе ).
3. Гущин Д. Д. Сдам ГИА: Решу ЕГЭ. [Электронный ресурс]. URL: https://math-ege.sdamgia.ru . (дата обращения 22.10.2022)
4. Андреев М.С. [Электронный ресурс]. URL: https://egemaximum.ru/piramida/ . ( дата обращения 23.10.2022)
5. Федин И.А. Школа подготовка к экзаменам ЕГЭ\ОГЭ. [Электронный ресурс]. URL: <https://nauka.club/matematika/geometriya/piramida.html> ( дата обращения 1.12.2022)
6. Ивченко А. Е. Пирамида и ее виды. [Электронный ресурс]. URL: <https://infourok.ru/prezentaciya-po-geometrii-na-temu-piramida-ee-vidi-svoystva-i-primenenie-307389.html>. ( дата обращения 2.12.2022)

Приложение 1

Загадки пирамид

 Если суммировать все «необычное», что происходит в пирамидах, то получается довольно внушительный список. Итак, что «могут» пирамиды:

- в них и их моделях долго сохраняются скоропортящиеся продукты;

- выдержанные вина приобретают удивительно тонкий букет;

- маятник, подвешенный над вершиной модели, отклоняется в сторону или медленно вращается вокруг вершины;

- странно ведут себя растения – сначала они тяготеют к востоку, потом описывают полукруг, двигаясь с юга на запад;

- «сами собой» затачиваются острые кромки режущих инструментов и ножи, а использованные лезвия для бритья постепенно восстанавливают свои первоначальные качества;

- в пластах под пирамидами резко падает вязкость нефти, соответственно, увеличивается отдача скважин;

- по некоторым данным, внутри пирамид время идет с замедлением, замедляется окисление металлов и т. д. и т. п.;

- нечто удивительное происходит в пирамиде с кристаллами соли. Они почему-то начинают очень быстро расти, приобретают более совершенные формы. Алмазы, синтезированные из графита, пролежавшего в пирамиде около недели, получились более чистыми и твердыми, чем обычные, и более совершенными по форме.

Современная физика и биология не в состоянии объяснить так называемый «эффект пирамид» – ученые пока еще далеки от единого мнения о природе аномальных явлений, которые наблюдаются внутри этих каменных усыпальниц.

Таблица №3.Виды пирамид

|  |  |
| --- | --- |
| Название пирамиды  | Рисунок  |
| 2.1. **Правильная пирамида** – это многогранник , основание которого – многоугольник , а остальные грани – треугольники , имеющие общую вершину . (рис.1) |  |
| 2.2. **Прямоугольная пирамида –** это пирамида , в которой, одно из боковых рёбер пирамиды перпендикулярно основанию. (рис. 2) |  |
| 2.3. **Усечённая пирамида** – это, многогранник, образованный пирамидой и ее сечением, параллельным основанию . (рис. 3) |  |
| 2.4. **Тетраэдр** – это многогранник ,состоящий из плоскости треугольника и точки , не лежащей в этой плоскости, соединённой с вершинами треугольника тремя отрезками (рис. 4) |  |

Таблица №4 Формулы, необходимые для решения задач

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Формула  | Название  |
| 1. | V=в подстановке от до frac13S_ABCв подстановке от до cdot SO. | Объем пирамиды с основанием АВС и высотой SO  |
| 2. | S = S_\text{OCH}+https://ege-study.ru/wp-content/uploads/2022/11/sbok1.jpg | Площадь полной поверхности |
| 3. | SO=в подстановке от до frac3VS_ABC=в подстановке от до frac3в подстановке от до cdot 62=9. | Длина высоты пирамиды  |
| 4. | SC=в подстановке от до sqrtSO в квадрате плюс в подстановке от до fracAC в квадрате 4=в подстановке от до sqrt16 плюс 9=5. | Боковое ребро (по теореме Пифагора) |
| 5. | S=в подстановке от до frac12Ph=в подстановке от до frac12в подстановке от до cdot 10в подстановке от до cdot 6в подстановке от до cdot 12=360. | Площадь боковой поверхности правильной пирамиды, где Р-периметр основания, h- апофема. |